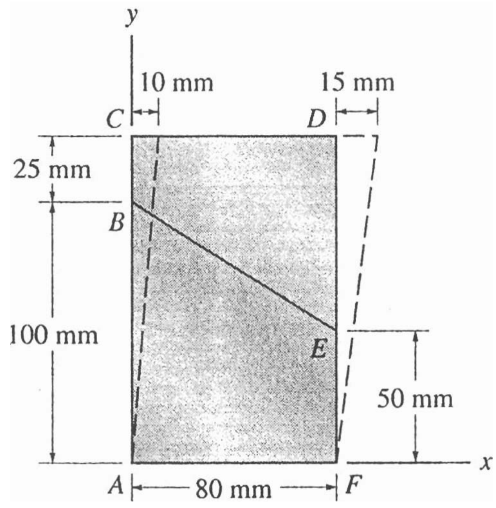
TTY/Teknillinen mekaniikka ja optimointi

23520 LUJUUSOPIN PERUSTEET II

Välikoe 2 /2004S 15.10.2004



1. Suorakulmion muotoinen kumilevy AFDC saa kuvassa katkoviivoilla osoitetun muodonmuutoksen, jossa nurkat C ja D siirtyvät vaakasuunnassa. Määritä keskimääräiset muodonmuutoskomponentit ε_x, ε_y ja γ_{xy} sekä janan BE pituuden muutos. Mikä on janojen BC ja BE välinen kulma deformoituneessa kappaleessa?

2. Kappaleen siirtymäkenttä on $\vec{u} = k\left(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}\right)$, missä kerroin k on vakio.

a) Määritä siirtymägradientin matriisi $[D]$ sekä muodonmuutosmatriisi $[V]$.

b) Määritä venymän tarkka lauseke suunnassa $l\vec{i} + m\vec{j} + n\vec{k}$.

c) Millä tarkkudella linearisoitu teoria antaa tässä tapauksessa venymän tässä suunnassa?

KAAVOJA

$$l_i = \frac{A_i}{R_i}, \quad m_i = \frac{B_i}{R_i}, \quad n_i = \frac{C_i}{R_i} \quad A_i = \begin{vmatrix} \varepsilon_y - \varepsilon_i & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{yz} & \varepsilon_z - \varepsilon_i \end{vmatrix} \quad B_i = -\begin{vmatrix} \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} & \varepsilon_z - \varepsilon_i \end{vmatrix}$$

$$C_i = \begin{vmatrix} \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yy} - \varepsilon_i & \varepsilon_{yz} \end{vmatrix} \quad R_i = \sqrt{A_i^2 + B_i^2 + C_i^2} \quad \varepsilon^3 - I_1\varepsilon^2 + I_2\varepsilon - I_3 = 0 \quad (1+\varepsilon)^2 = (\{e\} + [D]\{e\})^2$$

$$\varepsilon_{x'} = \varepsilon_x l^2 + \varepsilon_y m^2 + \varepsilon_z n^2 + 2\varepsilon_{xy} lm + 2\varepsilon_{yz} mn + 2\varepsilon_{xz} \ln \qquad \varepsilon = \{e\}^T [V]\{e\} \quad \gamma_{xy} = 2\varepsilon_{xy}$$

$$J_1 = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \qquad J_2 = \begin{vmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_y \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \varepsilon_y & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{yz} & \varepsilon_z \end{vmatrix} \qquad J_3 = \det[V]$$

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\right)^2 + \varepsilon_{xy}^2} \qquad \tan 2\varphi = \frac{2\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_x - \varepsilon_y} \qquad \varepsilon_{xy} \sin 2\varphi \geq 0$$

$$\begin{cases} \varepsilon_{x,yy} + \varepsilon_{y,xx} = \gamma_{xy,xy} \\ \varepsilon_{y,zz} + \varepsilon_{z,yy} = \gamma_{yz,yz} \\ \varepsilon_{z,xx} + \varepsilon_{x,zz} = \gamma_{zx,zx} \end{cases}$$

$$\varepsilon_x = u_{,x} \qquad \varepsilon_y = v_{,y} \qquad \varepsilon_z = w_{,z}$$

$$\gamma_{xy} = u_{,y} + v_{,x} \quad \gamma_{zx} = u_{,z} + w_{,x} \quad \gamma_{yz} = v_{,z} + w_{,y}$$

$$\begin{cases} 2\varepsilon_{x,yz} = \dfrac{\partial}{\partial x}\left(-\gamma_{yz,x} + \gamma_{zx,y} + \gamma_{xy,z}\right) \\ 2\varepsilon_{y,zx} = \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\gamma_{yz,x} - \gamma_{zx,y} + \gamma_{xy,z}\right) \\ 2\varepsilon_{z,xy} = \dfrac{\partial}{\partial z}\left(\gamma_{yz,x} + \gamma_{zx,y} - \gamma_{xy,z}\right) \end{cases}$$

$$[D] = \begin{bmatrix} u_{,x} & u_{,y} & u_{,z} \\ v_{,x} & v_{,y} & v_{,z} \\ w_{,x} & w_{,y} & w_{,z} \end{bmatrix} \quad [V] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_y & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_z \end{bmatrix} \quad [D] = [V] + [\Omega]$$