



1. Laske oheisen jännitystilän tason ABCD leikkausjännitys τ_α . Mikä erityisjännitystila on kysymyksessä?

2. Rakenteen erään pisteen jännitystila on

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= 6 \text{ MPa} & \sigma_{yy} &= 6 \text{ MPa} & \sigma_{zz} &= -12 \text{ MPa} \\ \tau_{xy} &= 0 \text{ MPa} & \tau_{yz} &= 0 \text{ MPa} & \tau_{xz} &= 12 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Määritä jännitystilän pääinvariantit ja pääjännitykset sekä pienintä pääjännitystä vastaava pääsuunta.

KAAVOJA

$$\begin{aligned} \sigma_{xx,x} + \tau_{xy,y} + \tau_{xz,z} + f_x &= 0 \\ \tau_{xy,x} + \sigma_{yy,y} + \tau_{yz,z} + f_y &= 0 \\ \tau_{xz,x} + \tau_{yz,y} + \sigma_{zz,z} + f_z &= 0 \end{aligned} \quad [S] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

$$\{p_\alpha\} = [S]\{n_\alpha\} \quad \sigma_\alpha = \{n_\alpha\}^T [S]\{n_\alpha\} \quad [S]^{-1} = [Q]^T [S] [Q]$$

$$\sigma^3 - I_1 \sigma^2 + I_2 \sigma - I_3 = 0 \quad l_i = \frac{A_i}{R_i}, \quad m_i = \frac{B_i}{R_i}, \quad n_i = \frac{C_i}{R_i}$$

$$I_1 = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz} \quad I_2 = \begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xz} \\ \tau_{xz} & \sigma_{zz} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{vmatrix} \quad I_3 = \det[S]$$

$$A_i = \begin{vmatrix} \sigma_{yy} - \sigma_i & \tau_{yz} \\ \tau_{yz} & \sigma_{zz} - \sigma_i \end{vmatrix} \quad B_i = - \begin{vmatrix} \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yz} & \sigma_{zz} - \sigma_i \end{vmatrix} \quad C_i = \begin{vmatrix} \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \sigma_{yy} - \sigma_i & \tau_{yz} \end{vmatrix} \quad R_i = \sqrt{A_i^2 + B_i^2 + C_i^2}$$

$$\tau_\alpha^2 = p_\alpha^2 - \sigma_\alpha^2$$

$$[S] = \begin{bmatrix} \sigma_r & \tau_{r\varphi} & \tau_{rz} \\ \tau_{r\varphi} & \sigma_\varphi & \tau_{\varphi z} \\ \tau_{rz} & \tau_{\varphi z} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r} + f_r &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{r\varphi}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial \tau_{\varphi z}}{\partial z} + \frac{2\tau_{r\varphi}}{r} + f_\varphi &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\varphi z}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} + f_z &= 0 \end{aligned}$$