

1. VÄLITENTTI 17.10.2002

Laita jokaiseen vastauspaperiin nimesi, opiskelijanumerosi ja koulutusohjelmasi. Tehtäväpaperin saat pitää. Kaavakokoelma paperin kääntöpuolella.

Oikeat ratkaisut ilmoitustaululla heti tentin jälkeen ja tulokset syysloman jälkeen.

1. Laske käyrien $xy = 2$, $xy = 4$, $xy^2 = 3$ ja $xy^2 = 6$ rajoittaman, xy -tason 1. neljänneksessä sijaitsevan alueen pinta-ala.

Vihje: käytä muunnosta $u = xy$, $v = xy^2$.

2. Laske onton pallon

$$S = \{(x, y, z) : 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 2\}$$

massa, kun massatiheys on $\rho(x, y, z) = |z|$.

$$\frac{28}{3}\pi \cdot 121$$

$$m = \iiint_V \rho(x, y, z) \, dV$$

3. Käyrä C alkaa pisteestä $(0,0)$ ja kulkee suoraan pisteeseen $(1,-1)$. Tämän jälkeen kuljetaan pitkin origokeskisen ympyrän kaarta vastapäivään positiiviselle y -akselille ja palataan sitten y -akselia pitkin origoon. Olkoon $\mathbf{F} = (-x^2y, x^3 + 4xy^2)$. Laske

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

Vihje: 2 erilaista ratkaisutapaa, (vastaukseksi riittää yhdellä tavalla ratkaistu tehtävä).

Eräässä ratkaisutavassa saattaa olla hyötyä kaavoista:

$$\sin^2(x) = \frac{1}{2}(1 - \cos(2x)), \quad \cos^2(x) = \frac{1}{2}(1 + \cos(2x)).$$

