



# Usean muuttujan funktiot

Tentti 19.10.2022 / Merja Laaksonen

- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta

Muista, että jokaisessa tehtävässä pisteet tulevat perusteluista eikä arvauksista.

1. Olkoon  $f(x, y, z) = zy^2 - x^3$  ja piste  $A = (2, -1, 3)$ .
  - a) Mihin suuntaan funktio  $f$  kasvaa voimakkaimmin pisteessä  $A$ ?
  - b) Viivan (tai radan)  $\mathbf{r}(t)$  tangenttivektori  $\mathbf{r}'(t) = (1, -1/2, 4 + 40t^{-3})$ .  
Paljonko on derivaatta  $\frac{df}{dt}$  hetkellä  $t = 2$ , kun radalla ollaan pisteessä  $\mathbf{r}(2) = A$ ?
  - c) Pisteet  $(x, y, z)$ , jotka toteuttavat ehdon  $f(x, y, z) = f(2, -1, 3)$ , muodostavat pinnan. Mikä on tuon pinnan tangenttitaso pisteessä  $A$ ?
2. Jos pisteestä  $(1, 2)$  lähdetään kohti pistettä  $(2, 2)$ , niin funktion  $f$  suunnattu derivaatta on 2. Jos pisteestä  $(1, 2)$  lähdetään kohti pistettä  $(1, 1)$ , niin funktion  $f$  suunnattu derivaatta on  $-2$ .  
Paljonko on suunnattu derivaatta, jos pisteestä  $(1, 2)$  lähdetään kohti pistettä  $(4, 6)$ ?

3. Etsi funktion

$$f : f(x, y) = (2y - 1)(x^2 + y^2 - 4)$$

suurin ja pienin arvo rajoitetussa alueessa

$$\Omega = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 4\}.$$

Esitä myös kohdat, missä ne saavutetaan.

4. Laske

$$\iiint_T dV,$$

kun  $T = \{(x, y, z) \mid 0 \leq x \leq \sqrt{1 - y^2}, -1 \leq y \leq 1, x \leq z \leq 1 + x^2 + y^2\}$ .