

MAT-20500 Todennäköisyyslaskenta

Tentti 1.12.2007

- Tentissä saa olla mukana funktiolaskin.
 - Älä tee kaavakokoelmaan merkintöjä ja palauta tentin jälkeen. Tehtäväpaperin saat pitää.
 - Vastaa tehtävät 1-2 yhdelle konseptille ja 3-4 toiselle konseptille.
 - Jos olet osallistunut kesän 2007 kurssille ja suoritat kurssia kesäkurs- sin vaatimusten mukaan, merkitse paperiisi: Kesä 2007 Pirttimäki.
-

1. Olkoon $P(A) = 0.20$, $P(A \cap B) = 0.10$ ja $P(B | \bar{A}) = 0.40$. Laske

$$\text{a) } P(A \cap \bar{B}), \quad \text{b) } P(A \cap \bar{B} | B), \quad \text{c) } P(A \cup B)$$

2. Kulhossa on 2 valkoista ja 5 mustaa palloa. Valitaan palauttamatta satunnai- sesti näistä 3 palloa. Olkoon $x =$ 'Valkoisten pallojen lukumäärä tässä 3:n pallon otoksessa'. Laske $E(x)$ ja $\text{var}(x)$.

3. On kahdentyyppisiä lampuja, A ja B. Lampun A kestoikä (vuosissa) $= x$ nou- dattaa jakaumaa, jonka tiheysfunktio on

$$f(x) = xe^{-x^2/2}, \quad x > 0$$

ja lampun B kestoikä (vuosissa) $= y \sim N\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{4}\right)$.

a) Kumpi lamppu toimii todennäköisemmin vähintään vuoden?

Perustele vastauksesi laskemalla kysytty todennäköisyys molemmille lampuille.

b) Missä ajassa sammuu 90% tyyppin A lampuista?

(Hyvin pienellä todennäköisyydellä y voi saada negatiivisia arvoja. Tässä tehtäväs- sä negatiivinen elinikä voidaan käsittää tilanteeksi, että lamppu on ollut rikki heti käyttöön otettaessa. Negatiivisia arvoja ei siis tarvitse rajata mitenkään pois.)

4. Satunnaisvektorin (x, y) tiheysfunktio on

$$f(x, y) = xy, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 2$$

a) Laske todennäköisyys $P(x + y \leq 2)$.

b) Ovatko komponentit x ja y riippumattomia? Perustele vastauksesi.