

# MAT-10444 Insinöörimatematiikka D4 u

## Tentti 12.9.2011

- Ei laskimia, ei omaa kirjallista materiaalia.
  - Kääntöpuolella kaavakokoelma
- 

### 1. Tutki funktioita

$$f(x, y) = \frac{2xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad \text{ja} \quad g(x, y) = \frac{xy \cos(y)}{3x^2 + y^2}.$$

Osoita, että toisella näistä ei ole raja-arvoa origossa ja laske toisen raja-arvo origossa.

### 2. Muodosta funktion

$$f(x, y, z) = e^{-xyz}$$

linearisointi pisteessä  $(1, 0, -2)$  ja laske sen avulla likiarvo funktion arvolle pisteessä  $(1.02, 0.03, -2.02)$ .

### 3. Mikä on funktion

$$f(x, y) = 3x^2 + 2y^2 - 4y$$

pienin ja suurin arvo siinä suljetussa ja rajoitetussa tasojoukossa, jota rajoittavat paraabeli  $y = 4 - x^2$  ja  $x$ -akseli?

### 4. Laske

$$\iint_A \frac{x}{y} da$$

kun joukko  $A$  on kolmio kärkipisteinään  $(0, 0)$ ,  $(0, 2)$ ,  $(2, 4)$ .

*Vihje: Mieti integroimisjärjestystä.*

MAT-10444 Insinöörimatematiikka D 4u  
Kaavakokoelma

$$1. \quad F'(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(\mathbf{x}) & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(\mathbf{x}) & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(\mathbf{x}) \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(\mathbf{x}) & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(\mathbf{x}) & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n}(\mathbf{x}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_m}{\partial x_1}(\mathbf{x}) & \frac{\partial f_m}{\partial x_2}(\mathbf{x}) & \cdots & \frac{\partial f_m}{\partial x_n}(\mathbf{x}) \end{bmatrix}$$

$$2. \quad (G \circ F)'(\mathbf{x}) = G'(F(\mathbf{x}))F'(\mathbf{x})$$

$$3. \quad D_{\mathbf{e}}f(\mathbf{x}) = f'(\mathbf{x})\mathbf{e} = \nabla f(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{e}$$

$$4. \quad \nabla f(\mathbf{r}(t)) \cdot \mathbf{r}'(t) = 0$$

$$5. \quad T(\mathbf{x}) = F(\mathbf{a}) + F'(\mathbf{a})(\mathbf{x} - \mathbf{a})$$

$$6. \quad P_2(\mathbf{x}) = f(\mathbf{a}) + f'(\mathbf{a})(\mathbf{x} - \mathbf{a}) + \frac{1}{2}(\mathbf{x} - \mathbf{a})^T H f(\mathbf{a})(\mathbf{x} - \mathbf{a})$$

$$7. \quad P_m(x, y) = \sum_{j=0}^m \frac{1}{j!} \left( (x-a) \frac{\partial}{\partial x} + (y-b) \frac{\partial}{\partial y} \right)^j f(a, b)$$

8.

$$\begin{cases} g(\mathbf{x}) = 0 \\ \nabla f(\mathbf{x}) = \lambda \nabla g(\mathbf{x}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} g(\mathbf{x}) = 0 \\ h(\mathbf{x}) = 0 \\ \nabla f(\mathbf{x}) = \lambda \nabla g(\mathbf{x}) + \mu \nabla h(\mathbf{x}) \end{cases}$$

9.

$$\iint_R f(x, y) dx dy = \int_{\alpha}^{\beta} \int_{r_1(\theta)}^{r_2(\theta)} f(r \cos \theta, r \sin \theta) r dr d\theta$$

10.

$$\iiint_T f(x, y, z) dV = \iiint_U f(\rho \sin \phi \cos \theta, \rho \sin \phi \sin \theta, \rho \cos \phi) \rho^2 \sin \phi d\rho d\theta d\phi$$

11.

$$m = \iiint_T \delta dV, \quad \bar{x} = \frac{1}{m} \iiint_T x \delta dV, \quad I_x = \iiint_T (y^2 + z^2) \delta dV$$

12.

$$\iint_A f(x, y) dx dy = \iint_S f(x(u, v), y(u, v)) \left| \frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)} \right| du dv$$

13.

$$\frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)} = \left( \frac{\partial(x, y)}{\partial(x, y)} \right)^{-1}$$

14.

$$\int f'(g(t))g'(t) dt = f(g(t)) + C$$

$$\int u(x)v'(x) dx = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x) dx + C$$

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln |f(x)| + C$$

*Handwritten signature*