

Tentti 25.3.2006

- Ei laskimia, ei omaa kirjallista materiaalia.
- 

1. Kappale liikkuu pitkin tasokäyrää  $\mathbf{r}(t) = (t^2, t^2 - 6t + 12)$ .

a) Osoita, että käyrä ei kulje pisteen  $(6, 3)$  kautta. (2 pistettä)

b) Oletetaan, että hetkellä  $t_0$  kappale alkaa liikkua tasokäyrän tangentin suuntaan. Millä hetkellä  $t_0$  ja missä radan pisteessä tämän täytyy tapahtua, jotta kappale tällöin kulkisi pisteen  $(6, 3)$  kautta? (4 pistettä)

2. a) Olkoon  $w = f(x, y, z) = x^2 + yz$ , missä  $x = uv$ ,  $y = v^2$  ja  $z = \ln(uv)$ .

Laske **ketjusäännöllä** osittaisderivaatan  $\frac{\partial w}{\partial u}$  arvo pisteessä  $(u, v) = (1, 2)$ . (3 pistettä)

b) Kappaleen ominaispaino  $s$  voidaan laskea kaavasta

$$s = \frac{x}{x - y}$$

missä  $x$  on kappaleen paino ilmassa ja  $y$  on sen paino vedessä. Ominaispainon määrittämiseksi saatiin seuraavat mittaustulokset:  $x = 10$  g ja  $y = 5$  g. Punnitustarkkuus ilmassa oli 0.01 g ja vedessä 0.02 g. Arvioi ominaispainon virhettä differentiaalia käyttäen. (3 pistettä)

3. Tutki, ovatko pisteet  $(0,0,0)$  ja  $(0,0,1)$  funktion

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + x \sin(y) - 3z + \frac{3}{2}z^2$$

lokaaleja ääriarvokohtia, ja jos ovat, niin määrää niiden laatu.

4. a) Laske funktion  $\mathbf{f}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $\mathbf{f}(x, y) = \begin{bmatrix} x \ln(y) \\ xy \end{bmatrix}$

derivaatta pisteessä  $\mathbf{a} = [1, e]^T$ . (3 pistettä)

b) Linearisoi funktio  $\mathbf{f}$  pisteessä  $\mathbf{a}$ . (3 pistettä)

---