

D D Tentti Insinöörimatematiikka D2 D D 29.11. 2005 MAT-10324 / Kaarakka

Vastaa jokaiseen kysymykseen ja perustele vastauksesi huolellisesti! Tehtävässä 3 riittää pelkkä vastaus. Tentissä ei saa käyttää muistiinpanoja, kirjallisuutta eikä laskinta.

Kirjoita kaikkiin papereihin selkeästi nimesi, opiskelijanumerosi ja myös koulutusohjelmasi.

1. Tarkastellaan matriiseja

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ -3 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{ja} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 6 & 4 \end{bmatrix}$$

- (a) Laske $-2A + 3B$, jos se on mahdollista.
- (b) Laske $-2AB$, jos se on mahdollista.
- (c) Ratkaise X , kun $(BX^{-1}A)^{-1} = I$.

2. Tarkastellaan matriisiä

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 2 \\ -3 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

- (a) Laske $\det(A)$.
- (b) Laske A^{-1} , jos sellainen on olemassa.
- (c) Etsi matriisin A riviavaruuden kanta.

3. Vastaa lyhyesti (a)-(f) kohtien kysymyksiin. Tarkastellaan 4×4 -matriisiä B , jolle $\text{rank}(B) = 4$.

- (a) Onko matriisi B kääntövä?
- (b) Mitä on $\dim(\text{col}(B))$?
- (c) Mitä on $\dim(\text{null}(B))$?
- (d) Anna matriisin B redusoitu vaakariviporrasmuoto.
- (e) Olkoon $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix}$. Voidaanko \mathbf{b} lausua matriisin B sarakkeiden lineaarikombinaationa?
- (f) Jos $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^4$, voiko matriisiyhtälöllä $B\mathbf{x} = \mathbf{b}$ olla ratkaisuja ääretön määrä?

4. Olkoon

$$C = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -3 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

- (a) Etsi matriisin C ominaisarvot.
- (b) Etsi matriisin C ominaisarvoja vastaavat ominaisavaruudet.
- (c) Etsi sellainen matriisi P , jolle tulo $P^{-1}CP$ antaa diagonaalimatriisin.