

**MAT-01230 Insinöörimatematiikka C 2 (Kangas)**
Tentti 8.12.2014

Tentissä ei saa käyttää laskinta, taulukkokirjoja tai muuta erillistä materiaalia.

1. a) Esitä pisteiden $P = (-1, 1, -1)$, $Q = (1, 0, 2)$ ja $R = (0, -1, 1)$ kautta kulkevan tason yhtälö muodossa $ax + by + cz = d$
- b) Tutki leikkaako taso $2x + y + z = 1$ a-kohdan tason. Jos leikkaa, niin missä pisteissä?

2. Tarkastellaan matriisia

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

- a) Määritä kannat sekä matriisin A nolla-avaruudelle $N(A)$ että sarakeavaruudelle $R(A)$.
- b) Jos 4×5 -matriisin B aste on 2, niin mitä on $\dim(N(B))$?

3. Määritä matriisin

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

ominaisarvot. Onko matriisi A kääntyvä?

4. Muodosta matriisi A , jonka ominaisarvot ja (eräät) niitä vastaavat ominaisvektorit ovat

$$\lambda_1 = -1, \text{ jota vastaa ominaisvektori } \mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ja

$$\lambda_2 = 1, \text{ jota vastaa ominaisvektorit } \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ ja } \mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

ja laske A^2 . Mikä on A :n käänteismatriisi?

Insinöörimatematiikka C2

Kaavakokoelma

1.

$$\cos(\theta) = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{\|\mathbf{u}\| \|\mathbf{v}\|}$$

2.

$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = \begin{vmatrix} \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \mathbf{e}_3 \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix}.$$

3.

$$\text{proj}_{\mathbf{u}} \mathbf{v} = \left(\frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{u}}{\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}} \right) \mathbf{u}.$$

4. Tasot:

(a)

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{n} \cdot \mathbf{p}$$

(b)

$$\mathbf{x} = \mathbf{p} + s\mathbf{u} + t\mathbf{v}$$

5.

$$(AB)^T = B^T A^T, (AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}, (A^T)^{-1} = (A^{-1})^T.$$

6.

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}.$$

7. Ominaisarvot ja ominaisvektorit

$$A\mathbf{v} = \lambda\mathbf{v}, \det(A - \lambda I) = 0.$$

8. Diagonalisointi

$$P^{-1}AP = D \Leftrightarrow A = PDP^{-1}$$

9. Pienimmän neliösumman menetelmä

$$A^T A \mathbf{x} = A^T \mathbf{b}$$