

Tentti 15. 5. 2002

Au,S,Tj, Tle/Perttula
 K,Te,Tu/Silvennoinen
 Ti/Pirttimäki
 M,R,Y/Vattulainen

1. Laske $\iint_A \frac{4-x^2-y^2}{x^2+y^2} dx dy$, missä A on ympyröiden $x^2+y^2=2$ ja $x^2+y^2=4$ rajoittaman alueen se osa, jossa $x \geq 0$.

2. Sovita 2-asteen polynomi $y = c_0 + c_1x + c_2x^2$ pienimmän neliösumman ratkaisuna dataan:

$$\begin{array}{r} x: -1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \\ y: 2 \quad -1 \quad 3 \quad 1 \end{array}$$

3. Mikä on sen lineaarikuvauksen $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ matriisi, jolle

$$T \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{a}, \quad T \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{a} \quad \text{ja} \quad T \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{a} \quad (\mathbf{a} \in \mathbb{R}^2 \text{ vakiovektori})$$

4. Määritä ortogonaalinen matriisi Q, joka diagonalisoi matriisin

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 1 \\ 0 & 1 & -5 \end{bmatrix}.$$

5. Ratkaise

a) $y' = y(\sqrt{x} + 1)$, $y(0) = 1$

b) $y'' + 2y = 2 \sin x$; $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

Välitentien suorittaja kirjoita paperiisi mitä välitenttiä suoritat. Jos suoritat samanlaisesti myös tentin, mainitse tämä ja tee kaikki tenttiin kuuluvat tehtävät.

Luentoryhmä **Au,S,Tj, Tle**/Perttula

- 1.välitentti: tehtävät 1 ja 6. 2.välitentti: tehtävät 2 ja 3.
3.välitentti: tehtävät 4 ja 7. 4.välitentti: tehtävät 5 ja 8.

Luentoryhmä **K,Te,Tu**/Silvennoinen

- 1.välitentti: tehtävät 6 (2 p.), 9 (7 p.) ja 10 (7 p.).
2.välitentti: tehtävät 2 (4 p.), 3 (6 p.) ja 4 (6 p.)
3.välitentti: tehtävät 1 (4 p.), 5 (6 p.) ja 8 (6 p.).

Luentoryhmä **Ti**/Pirttimäki

- 1.välitentti: tehtävät 1 ja 10. 2.välitentti: jaetaan erikseen
3.välitentti: tehtävät 4 ja 9. 4.välitentti: tehtävät 5 ja 8.

Luentoryhmä **M,R,Y**/Vattulainen

- 1.välitentti: tehtävät 6 ja 10. 2.välitentti: tehtävät 3 ja 4.
3.välitentti: tehtävät 1 ja 7. 4.välitentti: tehtävät 5 ja 8.

6. Matriisi A toteuttaa ehdot $A^2 = -A$ ja $A \neq O$. Määritä luku p siten, että $I + pA$ on matriisin $I - \frac{1}{2}A$ käänteismatriisi.

7. Tutki onko $(1,1,1)$ funktion $f(x,y,z) = -\frac{1}{4}(x^{-4} + y^{-4} + z^{-4}) + yz - x - 2y - 2z$ lokaali ääriarvokohta.

8. Tasolla liikkuvan partikkelin sijainti $\mathbf{x} = \mathbf{x}(t) = [x(t), y(t)]^T$ toteuttaa AAP:n

$$\mathbf{x}' = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \mathbf{x}, \quad \mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} -1 \\ -13 \end{bmatrix}$$

Ratkaise AAP. Mikä on partikkelin sijainti hetkellä $t = \ln 2$?

9. Olkoot $\mathbf{f}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$, $\mathbf{f}(t) = \begin{bmatrix} t^2 + t + 1 \\ t - 1 \end{bmatrix}$ ja $\mathbf{g}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $\mathbf{g}(x,y) = \begin{bmatrix} x^5 + y^7 \\ x^{18} - y^3 \end{bmatrix}$. Laske yhdistetyn funktion $\mathbf{g} \circ \mathbf{f}$ derivaatta kohdassa $t = -1$ eli $(\mathbf{g} \circ \mathbf{f})'(-1)$.

10. Hae yhtälöryhmän

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 &= 3 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 &= 5 \end{aligned}$$

kaikki ratkaisut.