

73035 INSINÖÖRIMATEMATIIKKA 2

Tentti 28.6.1999

Ei laskimia, ei taulukoita.

Tentti tehtävät 1 – 5

1. välitentti tehtävät 1, 2 ja lisätehtävä

2. välitentti tehtävät 3, 4, 5



1. (i) Ovatko vektorit

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

lineaarisesti riippumattomia? (Perustelu!)



(ii) Etsi aliavaruudelle

$$H = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : 2x - y + 3z = 0 \right\}$$

kanta.

2. (i) Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} 2x & + & z & = & 4 \\ 3x & + & y & + & z & = & 6 \\ x & & & + & z & = & 3 \end{cases}$$

(ii) Määrää pistejoukolle

$(1, 3), (-2, 4), (7, 0), (5, 1)$

pienimmän neliösumman suora.

3. (i) Ratkaise alkuarvoprobleema

$$y' + \frac{2}{x}y = \frac{\cos x}{x^2}, \quad y(\pi) = 0.$$

(ii) Etsi A:n ominaisarvot ja ominaisvektorit, kun

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

4. (i) Ratkaise alkuarvoprobleema

$$y'' + 2y' + y = e^{-x}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 2$$

(ii) Ratkaise differentiaaliyhtälö

$$y'' - y' = -3x^2$$

5. (i) Etsi Eulerin menetelmällä $y(1)$, kun $y(0) = 1$ ja $\frac{dy}{dx} = x^2 + y$, käyttäen askelpituutta $h = 0,5$.

(ii) Ratkaise

$$\begin{cases} x' = x + 2y \\ y' = 3x + 2y \end{cases}$$

Lisätehtävä.

(i) Laske A:n käänteismatriisi

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

(ii)
$$\begin{aligned} 2x + y - z &= 0 \\ x + 2y + z &= 0 \end{aligned}$$