

MAT-21160 Algoritmimatematiikka 10.12.2007 / Isto Lähti

Ei laskinta eikä kirjallisuutta

Kirjoita selkeästi nimesi ja numerosi

1. Ovatko seuraavat potenssijoukkoon (power set) liittyvät yhtälöt voimassa yleisesti kaikille joukoille A ja B ? Perustele hyvin vastauksesi.

a) $(\text{power}(A) \cup \text{power}(B)) \subseteq \text{power}(A \cup B)$

b) $(\text{power}(A) \cap \text{power}(B)) \subseteq \text{power}(A \cap B)$

2. $(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow (ab \leq cd) \wedge (a + b < c + d)$

a) Määritä matriisit relaatioille R ja $H = (R - I) - (R - I)^2$ joukossa $A = \{(1, 6), (3, 2), (3, 3), (2, 3), (4, 4)\}$.

b) Piirrä (jos mahdollista) Hassen diagrammi.

c) Onko R refleksiivinen, symmetrinen tai transitiivinen?

3. Selvitä totuustaululla, onko seuraava lause aina tosi, kun $x \in \{a_1, a_2\}$:

$$(((\exists x Q(x)) \rightarrow C) \wedge C) \rightarrow \forall x (Q(x) \rightarrow C)$$

(C on propositio, johon x ei vaikuta.)

4. Täydennä ja todista induktiolla $\sum_{i=1}^{m+n} i = \sum_{i=1}^m i + \sum_{i=1}^n i + mn$