

73116 Algoritmimatematiikka , tentti 17.12.2004

$$\overline{A \cup (B \cap C)} = (\overline{A \cup B}) \cap (\overline{A \cup C})$$

Ei laskinta eikä kirjallisuutta

1 Esitä seuraavat ajatelmat propositiologiikan lauseina ja sievennä ne mahdollisimman lyhyeen muotoon

a) Jos menet naimisiin ( N ) niin kadut sitä ( K ) ja jos et mene naimisiin niin kadut sitäkin

b) Päivästä tulee mukava ( M ) , jos aurinko paistaa ( P ) , mutta vain jos ei ole liian kuuma (  $\neg K$  )  
 $(P(M) \wedge P(P)) \vee (\neg P(K))$

2 Olkoon  $K(x,y) \hat{=} "x \text{ tuntee } y : n"$

a) Esitä predikaattilogiikan lauseena :  
 Jokainen tuntee jonkun, jolle on tuntematon

b) Esitä suomeksi ( ja mahdollisimman selkeästi ) :  
 $\exists x (\forall y K(x,y) \wedge \forall z (\forall y K(z,y) \Rightarrow z = x))$

c) Montako riviä totuustauluun tulisi, jos tarkasteltavassa joukossa on n ihmistä ?

3 Olkoon  $x + y \hat{=} \text{pienin yhteinen jaettava ja}$   
 $x \bullet y \hat{=} \text{suurin yhteinen jakaja.}$

Voidaanko joukkoon {2, 4, 12} lisätä sellainen luku, että kyseessä olisi Boolean algebra ? Perustele vastauksesi.

~~4~~ Ratkaise rekursioyhtälö

$$H_n = 3H_{n-1} - 2H_{n-2} + 2^n ; H_0 = 1, H_1 = 0$$

$$H_n^p = A.$$

~~5~~ Onko a)  $P(A \cup B) = P(A) \cup P(B)$  , b)  $P(A') = (P(A))'$   
 c)  $P(A \cap B) = P(A) \cap P(B)$  ?

( P(A) on potenssijoukko , A' on A:n komplementtijoukko )

~~6~~  $(a,b)R(c,d) \hat{=} (a < c) \vee ((a = c) \wedge (b \leq d))$  ,  
 $A = \{(1,2), (3,1), (2,2), (3,4)\}$

Määritä matriisit relaatioille R ja  $H = (R - I) - (R - I)^2$  ja piirrä Hassen diagrammi. Onko relaatio H transitiivinen ?

~~7~~ Yhdistyksessä on jäseninä 5 naista ja 6 miestä. Monellako tavalla voidaan valita

- a) kolmihenkinen johtokunta
- b) kolmihenkinen johtokunta, jossa on ainakin yksi mies
- c) puheenjohtajan, sihteerin ja rahastonhoitajan muodostama kolmikko

$$(A \cup B) \cup (B \cap A)$$

$$\cup (A \cap B)$$