

Ei laskinta eikä kirjallisuutta

Kevään 2003 kurssi : Tehtävät 1, 2 ja 3 muodostavat
1. välikokeen

Syksyn 2002 kurssi : Tehtävät 1 ja 2 vastaavat 1. välikoetta,
3 ja 4 2. koetta sekä 5 ja 6 3. koetta

1. a) Esitä propositiologian lauseena :

Päivästä tulee mukava (M), jos aurinko paistaa (P),

mutta vain jos ei ole liian kuuma ($\neg K$)

$$\text{b) } (P \wedge \neg Q) \wedge (P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)) \Rightarrow \neg R$$

Sievennä lause mahdollisimman lyhyeen muotoon.

Onko vastauksesi normaalimuoto ?

Yksikään opettaja (O(x)) ei ole rikas (Ri(x)).

Jotkut runoilijat (Ru(x)) ovat rikkaita.

Siis jotkut runoilijat eivät ole opettajia.

a) Esitä edellä oleva päättely predikaattilogiikan lauseena.

Pitääkö päättely paikkansa (eli onko kyseessä tautologia) ?

b) Kuinka monta riviä tarvittaisiin totuustauluun , jos tapausta tarkastellaan joukossa , jossa on n ihmistä

| + | x | y | z | v | • | x | y | z | v |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x | x | y | z | v | x | x | x | x | x |
| y | y | y | y | y | y | x | y | y | v |
| z | z | y | z | y | z | x | z | z | x |
| v | v | y | y | v | v | x | v | v | x |

b) Todista induktiolla, että $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} < 2\sqrt{n}$

4. Ratkaise rekursioyhtälöt

a) $H_n = 2H_{n-1} + n + 1$; $H_0 = -1$

b) $H_n = 2H_{n-1} + n^2$; $H_0 = -1$

5. a) $xRy \equiv$ " x on jaollinen y:llä " , $A = \{2, 3, 4, 8, 10\}$.

Määritä matriisit relaatioille R ja H $H = (R-I) - (R-I)^2$.

Esitä (A, R) Hassen diagrammina.

b) Olkoon $xPy \equiv$ " x on pojan y isä "

Esitä relaatio " Hupu on Akun veljenpoika "

6. a) Onko funktio $f(j) = (3j) \bmod 7$ bijektio ,

kun $j \in \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$?

b) Kuinka monella tavalla 10 ihmistä voidaan jakaa kahteen ei-tyhjiään ryhmään ?