TTY/Fysiikan laitos

FYS-1130 Insinöörifysiikka II: t+lab, Au+M+B+YE / JOUKO NIEMINEN

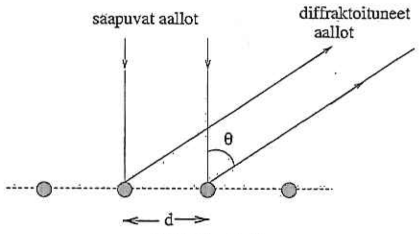
Välikoe (teht. *1-5*), Tentti (teht. 3-7), tai molemmat (teht. 1-7), 22.05.2015
Kirjoitusvälineiden lisäksi funktiolaskin on sallittu.

Merkitse vastauspaperiisi oletko tehnyt välikokeen, tentin vai molemmat!

1. Laserkirurgiassa käytetään hyvin lyhyitä laserpulsseja verkkokalvon korjaamiseen. Eräässä sovelluksessa käytetään lasersädettä, jonka aallonpituus tyhjössä on $810nm$ ja teho on $250mW$ ja verkkokalvoon osuvan lasersäteen halkaisija on $510\mu m$. Lasiaisnesteen taitekerroin on 1.34. (a) Jos laserpulssin pituus on $1.50ms$, paljonko energiaa se luovuttaa verkkokalvolle? (b) Mikä on laservalon taajuus ja aallonpituus lasiaisnesteessä? (c) Mikä on lasersäteen intensiteetti, ja mitkä ovat säteen sähkökentän ja magneettikentän amplitudit?

2. Tarkastele elektronin kvanttitiloja mallintaen hypoteettista yksiulotteisessa nanorakennetta äärettömän syvänä potentiaalikaivona. (a) Jos potentiaalikaivossa olevan elektronin on määrä emittoida sinistä valoa aallonpituudeltaan $460nm$, pudotessaan kvanttitilalta $n = 3$ tilalle $n = 2$, mikä on oltava kvanttikaivon leveys? (b) Minkä aallonpituuden fotoneja elektroni absorboi samassa potentiaalikaivossa virittyessään perustilalta tilalle $n = 3$? Ovatko nämä näkyvän valon fotoneja ja jos ovat, minkä värisen valon fotoneja? Vihje: huomaa, että voit ratkaista tehtävän (b) ratkaisematta tehtävää (a).

3. Eräässä elektronidiffraktiokokeessa käytetään elektroneja, joiden de Broglien aallonpituus on $0.10nm$. (a) Mikä on tällöin elektronien liikemäärä? Entä kineettinen energia elektronivoltteina (et tarvitse tehtävässä suhteellisuusteoriaa)? (b) Täydennä oheista kuvaa, ja johda sen avulla ehto, joka kytkee toisiinsa atomien etäisyyden, elektronien aallonpituuden ja interferenssimaksimin kulman: $d \sin\theta = m\lambda$.
(c) Elektronit törmäävät kohtisuoraan näytteen pintaan. Niiden diffraktiokuvion toisen kertaluvun maksimi näkyy suunnassa $\theta = 50.6°$. Mikä on pinnan atomien välinen etäisyys?



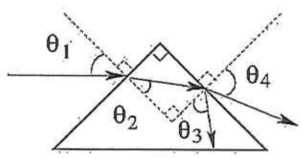
Tehtävä 3.

4. Kosmologi Annan kaksoissisar Bertta lähtee kohti kaukaista tähteä huippunopealla avaruusaluksella. Maahan jäävä Anna mittaa tähden lähettämän säteilyn hallitsevaksi aallonpituudeksi $570nm$ joka on keltaisen valon alueella. Bertta tekee saman mittauksen ja huomaa, että Doppler-ilmiön ansiosta säteilyn vastaava aallonpituus näyttää olevan $480nm$. (a) Millä nopeudella Bertta matkustaa kohti tähteä? (b) Jos tähti on Annan mittaamana etäisyydellä 10 valovuotta, mikä on etäisyys Berttan mittaamana? (c) Paluumatkalla Bertta palaa samalla vauhdilla loitoten kyseisestä tähdestä ja mittaa jälleen tähden säteileman valon hallitsevan aallonpituuden. Mitä väriä Berttan mittaama aallonpituus nyt vastaa?

ultravioletti	<	400nm
violetti	400nm	440nm
sininen	440nm	480nm
vihreä	480nm	560nm
keltainen	560nm	590nm
oranssi	590nm	630nm
punainen	630nm	700nm
infrapunainen	>	700nm

Näkyvän valon aallonpituudet

5. Oheisessa kuvassa valonsäde saapuu ilmasta ($n_1 = 1.00$) prismaan siten, että saapumiskulma on $\theta_1 = 45°$ verrattuna pinnan normaalisuuntaan (kuvassa katkoviiva). (a) Prisma on lasia, jonka taitekerroin riippuu valon aallonpituudesta. Olkoon taitekerroin $n_2 = 1.65$ violetille valolle ja $n_2 = 1.62$ punaiselle. Määritä taittumiskulma θ_2 sekä violetille että punaiselle valolle. (b) Pääseekö jommankumman värinen valonsäde ulos prismasta, ja mihin kulmaan θ_4 vai tapahtuuko rajapinnalla kokonaisheijastus? Jos heijastus tapahtuu, mikä on kulma θ_3?

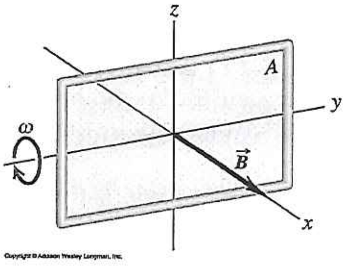


Tehtävä 5.

6. Mikäli sähkökenttä kuivassa ilmassa ylittää arvon $E_{max} = 3.0 \times 10^6$V/m tapahtuu läpilyönti. Tarkastele metallipuikkoa jolla on pallon muotoinen kärki (säde R). (a) Mikä on sähkökentän lauseke johdepallon pinnalla varauksen ja säteen funktiona? (b) Jos kärjen säde $R = 1.0$mm ja kenttä pallon pinnalla on E_{max}, mikä on metallipallon varaus ja pintavaraustiheys? Entä mikä on sen sähköinen potentiaali (verrattuna etäisyyteen $r = \infty$)?
Jos (a)-kohdan lauseke on pätevästi perusteltu *Gaussin lain* avulla, voi tehtävästä saada 6 pistettä, muuten 3.

KÄÄNNÄ

<u>7.</u> **Yksinkertainen vaihtovirtageneraattori.** Kestomagneettien välisessä tilassa on tasainen magneettikenttä **B**, joka osoittaa oheisessa kuvassa x-akselin suuntaan. Kentän voimakkuus on $B = 0.010T$. Magneettien väliin on asetettu kela, joka pyörii magneettikenttää vastaan kohtisuoraan osoittavan akselin ympäri. Pyörimisen kulmanopeus on $10rev/s$ ja kelan kierrosmäärä on $N = 1000$. Kelalla on poikkipinta-ala $0.010m^2$. (a) kirjoita magneettikentän vuon lauseke hetkellä t, kun kela on kiertynyt y-akselin ympäri kulman $\varphi = \omega t$. Mikä on vuo kun kelan normaalivektori osoittaa x-akselin suuntaan? Entä kun se osoittaa z-akselin suuntaan (ks. kuva)? (b) Miten kelaan indusoituva lähdejännite riippuu kulmanopeudesta ja ajasta? Mikä on lähdejännitteen maksimi?



Tehtävä 7. Avuksi kiertoakselin ja kentän suunnan hahmottamiseen.

Vakioita:
$g = 9.80\text{m/s}^2$, $\epsilon_0 = 8.854\times10^{-12}\text{C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2$, $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\text{T}\cdot\text{m}/A$ ja $e = 1.602\times10^{-19}\text{C}$. $1\text{eV} = 1.602\times10^{-19}\text{J}$. $c = 3.0\times10^8\text{m/s}$, elektronin massa $m_e = 9.11\times10^{-31}\text{kg}$, protonin massa $m_p = 1.67\cdot10^{-27}\text{kg}$, $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.05\times10^{-34}\text{Js}$, $h = 6.626\times10^{-34}\text{Js} = 4.136\times10^{-15}\text{eV}\cdot\text{s}$.
Matemaattisia kaavoja: $sin^2(\alpha) + cos^2(\alpha) = 1$,
Pallon pinta-ala $A = 4\pi r^2$, pallon tilavuus $4\pi r^3/3$. Ympyrän kehän pituus $l = 2\pi r$ ja ympyrän pinta-ala $A = \pi r^2$.

Ohessa sekalainen kokoelma kaavoja, joista voi olla hyötyä. Huomaa, että kaikki kaavat eivät ole yleispäteviä vaan soveltuvat vain erikoistapauksiin

$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1q_2}{r^2}\hat{r}$ $\quad\vec{E} = \frac{\vec{F}_0}{q_0}$ $\quad\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$ $\quad\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int\frac{dq}{r^2}\hat{r}$
$p = qd$ $\quad\vec{\tau} = \vec{p}\times\vec{E}$ $\quad U = -\vec{p}\cdot\vec{E}$ $\quad U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq_0}{r}$ $\quad V = \frac{U}{q_0}$ $\quad V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r}$ $\quad V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int\frac{dq}{r}$
$V_a - V_b = \int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{l}$ $\quad E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}$ $\quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}$ $\quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$ $\quad E_r = -\frac{\partial V}{\partial r}$ $\quad C = \frac{Q}{V}$ $\quad C = \epsilon_0\frac{A}{d}$
$U = \frac{Q^2}{2C}$ $\quad u_E = \frac{1}{2}\epsilon_0E^2$ $\quad C = KC_0$ $\quad \epsilon = K\epsilon_0$ $\quad I = \frac{dQ}{dt}$ $\quad J = \frac{I}{A}$ $\quad \vec{J} = nq\vec{v}_d$ $\quad \oint\mathbf{B}\cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I_{enc}$

$$\oint\mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0},\ \oint\mathbf{B}\cdot d\mathbf{A} = 0,\ \oint\mathbf{B}\cdot d\mathbf{l} = \mu_0\left(I_{enc} + \epsilon_0\frac{d\Phi_E}{dt}\right),\ \oint\mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}\quad (\text{tai } \mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt})$$

$\Phi_E = \int\vec{E}\cdot d\vec{A}$ $\quad\Phi_B = \int\vec{B}\cdot d\vec{A}$
$\vec{E} = \rho\vec{J}$ $\quad R = \frac{\rho L}{A}$ $\quad V = IR$ $\quad P = V_{ab}I$ $\quad \tau = RC$
$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B})$ $\quad\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B}$ $\quad\vec{F} = I\vec{l}\times\vec{B}$ $\quad d\vec{F} = Id\vec{l}\times\vec{B}$ $\quad\omega_c = \frac{v}{R} = \frac{|q|B}{m}$.
$\vec{\tau} = \vec{\mu}\times\vec{B}$ $\quad U = -\vec{\mu}\cdot\vec{B}$ $\quad\vec{\mu} = NI\vec{A}$ $\quad\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\hat{r}}{r^2}$ $\quad d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\ d\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}$
$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ $\quad B = \mu_0 nI.$ $\quad B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$
$\mathcal{E} = -L\frac{di}{dt}$ $\quad U = \frac{1}{2}Li^2$ $\quad u_B = \frac{B^2}{2\mu}$ $\quad c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}$ $\quad v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} = c/n$ $\quad \mu = K_m\mu_0$.
$E = cB$ $\quad\vec{E}(x,t) = E_{\max}\,\hat{\jmath}\,\cos(kx - \omega t)$ $\quad\vec{B}(x,t) = B_{\max}\,\hat{k}\,\cos(kx - \omega t)$
$u = \epsilon_0E^2$ $\quad S = \epsilon_0cE^2$ $\quad\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E}\times\vec{B}$ $\quad I = S_{\text{av}} = \frac{1}{2}\epsilon_0cE_{\max}{}^2$
$d\sin\theta = m\lambda$ $\quad d\sin\theta = (m + \frac{1}{2})\lambda$
$v = \lambda f$ $\quad v = \frac{c}{n}$ $\quad n_a\sin\theta_a = n_b\sin\theta_b$ $\quad\sin\theta_{crit} = \frac{n_b}{n_a}$ $\quad\tan\theta_p = \frac{n_b}{n_a}$
$x = x' + ut$ $\quad y = y'$ $\quad z = z'$ $\quad t = t'$ $\quad v = v' + u$ $\quad x' = \gamma(x - ut)$ $\quad y' = y$ $\quad z' = z$ $\quad t' = \gamma(t - ux/c^2)$
$v' = \frac{v-u}{1-uv/c^2}$ $\quad v = \frac{v'+u}{1+uv'/c^2}$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}\quad \Delta t = \gamma\Delta t_0\quad l = \frac{l_0}{\gamma}\quad \frac{f}{f_0} = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}}\ \text{sinisiirtymä.}\quad \frac{f}{f_0} = \sqrt{\frac{c-v}{c+v}}\ \text{punasiirtymä.}$$

$\vec{p} = \gamma m\vec{v}$ $\quad E = K + mc^2$ $\quad K = (\gamma - 1)mc^2$ $\quad E = \gamma mc^2$ $\quad E = \sqrt{(mc^2)^2 + (pc)^2}$ $\quad K = E - mc^2$
$K \approx p^2/2m$ jos $v \ll c$. $\quad U = qV$.

$m\lambda = d\sin\theta$. $\quad E = hf = h\frac{c}{\lambda}$ $\quad E = pc$ $\quad \lambda = h/p$ $\quad p = h/\lambda$ $\quad \Delta x\Delta p \geq \hbar$ $\quad \Delta E\Delta t \geq \hbar$

$K_{\max} = hf - \phi$ $\quad hf = E_f - E_i$ $\quad hf = E_i - E_f$ $\quad hf = n_f^2E_1 - n_i^2E_1$ $\quad \frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2})$

$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2} + U\psi = E\psi$ $\quad \psi = \sqrt{2/L}\sin(n\pi x/L)$ $\quad \int_{-\infty}^{\infty}|\psi|^2dx = 1$

$E_n = n^2\frac{h^2}{8mL^2}$ $\quad E_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega$ $\quad E = -\frac{13.60\text{ eV}}{n^2}$ $\quad E = -\frac{Z_{\text{eff}}^2 13.60\text{ eV}}{n^2}$ $\quad E_l = l(l+1)\frac{\hbar^2}{2I}$

$L = \sqrt{l(l+1)}\hbar$ $\quad L_z = m_l\hbar$ $\quad S = \sqrt{s(s+1)}\hbar$ $\quad S_z = m_s\hbar$

t. Emmi Mähönen